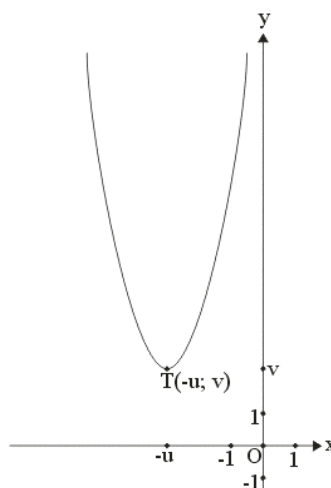


## 6. Másodfokú függvények, egyenletek, egyenlőtlenségek

### Másodfokú függvények:

Def.:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$

- ábrázolás (teljes négyzetté kiegészítéssel)  
 $f(x) = a(x+u)^2 + v$   
 $a > 0$  felfelé nyitott parabola  
 $a < 0$  lefelé nyitott parabola  
 $T(-u; v)$
- jellemzés: **a hatványfüggvényeknél szerepel**



### Másodfokú egyenletek:

- Általános nullára redukált alak  
 $ax^2 + bx + c = 0 \quad a \neq 0$

TÉTEL: A másodfokú egyenlet megoldóképlete:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Az  $ax^2 + bx + c = 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$  másodfokú egyismeretlenes egyenlet diszkriminánsa:

$$D = b^2 - 4ac$$

Ha  $D > 0$ , akkor az egyenletnek 2 különböző valós gyöke van.

Ha  $D = 0$ , akkor az egyenletnek 2 egybeeső valós gyöke van.

Ha  $D < 0$ , akkor az egyenletnek nincs valós gyöke.

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = 0$$

$$a\left(x^2 + 2\frac{bx}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) = 0$$

$$a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right] = 0$$

Ha a  $b^2 - 4ac < 0$ , akkor nincs valós megoldás.

Legyen a  $b^2 - 4ac \geq 0$  !

$$a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2\right] = 0$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) = 0$$

$$a\left(x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) = 0$$

$$x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0 \quad \text{vagy} \quad x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Gyöktényezős alak

$$p(x) = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad D \geq 0 \quad x_1; x_2 \text{ a két gyök}$$

$$ax^2 + bx + c \equiv a(x - x_1)(x - x_2)$$

- Viète-formulák

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a \neq 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R} \quad D \geq 0$$

$$a \left( x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left( x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) = 0$$

$a(x - x_1)(x - x_2) = 0$  a másodfokú egyenlet gyöktényezős alakja

$$ax^2 + bx + c \equiv a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$ax^2 + bx + c \equiv ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1 \cdot x_2$$

$$b = -a(x_1 + x_2) \quad \text{és} \quad c = ax_1 \cdot x_2$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

- Másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenletek

Pl.: 1.  $ax^{2n} + bx^n + c = 0 \quad a \neq 0 \quad y = x^n$

2.  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + \lambda \cdot bx + \lambda^2 \cdot a = 0 \quad /: x^2 \quad \lambda \neq 0, x^2 \neq 0$

$$a \left( x^2 + \frac{\lambda^2}{x^2} \right) + b \left( x + \frac{\lambda}{x} \right) + c = 0$$

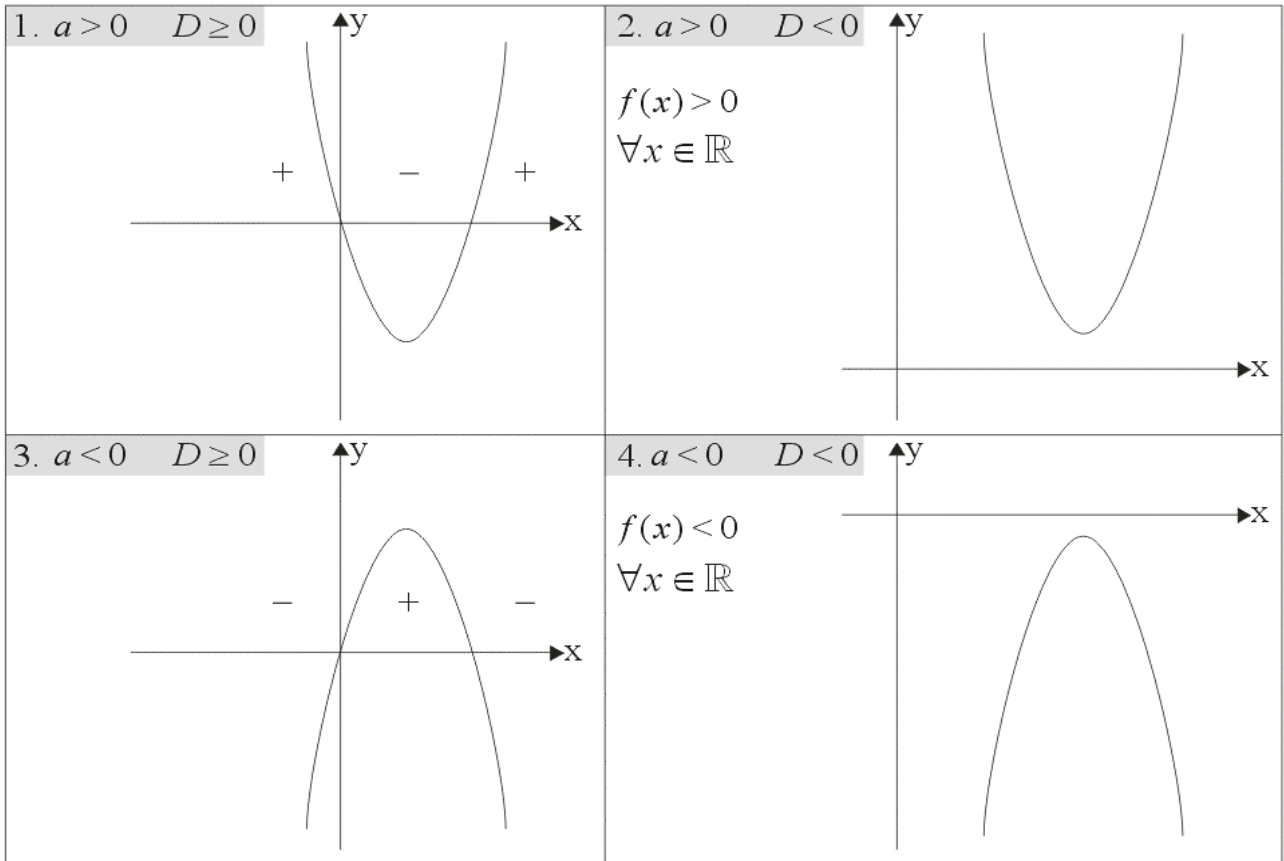
$$a(y^2 - 2\lambda) + by + c = 0$$

Másodfokú egyenlőtlenségek:

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad a \neq 0$$

$$(< 0)$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad f(x) = ax^2 + bx + c$$



Alkalmazások:

- magasabb fokú egyenletek
- szöveges feladatok
- szélsőérték feladatok
- fizikai folyamatok: út-idő egyenletesen változó mozgás esetén
- hajtások