7. Pozitív számok nevezetes közepei.. Adatsokaságok jellemzői.

1. Pozitív számok nevezetes közepei

- a_1; a_2; a_3; … ; a_n db pozitív valós szám.

- Két szám <u>számtani közepe</u> egyenlő a két szám összegének felével.

$$A(a;b) = \frac{a+b}{2} \quad a;b \in R^+$$

általánosan:

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

- Két szám <u>mértani közepe</u> egyenlő a két szám szorzatának négyzetgyökével.

$$G(a;b) = \sqrt{ab} \quad a;b \in R^+$$

általánosan:

$$G_n = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n}$$

- Két szám <u>harmonikus közepe</u> egyenlő a két szám reciprok értéki számtani közepének reciprokával.

$$H(a;b) = \frac{1}{\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{2}} = \frac{1}{\frac{a+b}{2ab}} = \frac{2ab}{a+b} \quad a;b \in R^+$$

általánosan:

$$H_n = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \ldots + \frac{1}{a_n}}$$

- Két szám <u>négyzetes közepe</u> egyenlő a két szám négyzetösszege felének négyzetgyökével.

$$Q(a;b) = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \quad a;b \in R^+$$

általánosan:

$$Q_n = \sqrt{\frac{a_1^{\;2} + a_2^{\;2} + \ldots + a_n^{\;2}}{n}}$$

<u>TÉTELEK:</u>

Ha $x = \min(a_1; a_2; \ldots ;a_n)$ és $y = \max(a_1; a_2; \ldots ;a_n)$, akkor

$x \leq H_n \leq G_n \leq A_n \leq Q_n \leq y$

"=" $\leftrightarrow a_1=a_2=\ldots=a_n$

Legyen $a \leq b$ $a;b \in R^+$

Ekkor:

$$a \leq \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \leq b$$

"=" $\leftrightarrow a = b$

1. G(a;b) ≤ A(a;b)

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$
$$ab \leq \frac{a^2+2ab+b^2}{4}$$
$$4ab \leq a^2+2ab+b^2$$
$$0 \leq a^2-2ab+b^2$$
$$0 \leq (a-b)^2$$

Az utolsó egyenlőtlenség minden $a;b \in R^+$ esetén igaz. Mivel az átalakításaink ekvivalensek voltak, ezért a kiindulási egyenlőtlenség is igaz.

"=" $\leftrightarrow a = b$

2. H(a;b) ≤ G(a;b)

$$\frac{1}{\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{2}} \leq \sqrt{ab}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} = \frac{1}{\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{2}} \leq \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{ab}}} = \sqrt{ab}$$

3. A(a;b) ≤ Q(a;b)

$$\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$
$$\frac{a^2+2ab+b^2}{4} \leq \frac{a^2+b^2}{2}$$
$$a^2+2ab+b^2 \leq 2a^2+2b^2$$

$$0 \le a^2 - 2ab + b^2$$
$$0 \le (a-b)^2$$

Az utolsó egyenlőtlenség minden a;b $\in$ R^+ esetén igaz. Mivel az átalakításaink ekvivalensek voltak, ezért a kiindulási egyenlőtlenség is igaz.

"=" ↔ a = b

4. Q(a;b) ≤ b

$$\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \le b$$
$$\frac{a^2+b^2}{2} \le b^2$$
$$a^2+b^2 \le 2b^2$$
$$a^2 \le b^2$$

Mivel a≤b, ezért az utolsó egyenlőtlenség is igaz, és így a kiindulási egyenlőtlenség is igaz.

5. a ≤ H(a;b)

$$a \le \frac{2ab}{a+b}$$
$$1 \le \frac{2b}{a+b}$$
$$a+b \le 2b$$
$$a \le b$$

2. Adatsorok jellemzői

statisztikai sokaság

A tömegesen előforduló jelenségek és folyamatok számbavételével, az így nyert adatok vizsgálatával, elemzésével foglalkozik a statisztika. A vizsgálat tárgyát képező egyedek a statisztikai sokaság. Ezek tulajdonságait ismérvnek nevezzük.

-

- vizsgált tulajdonságok
- statisztikai adatok

<u>átlag:</u>

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

<u>átlagos abszolút eltérés:</u> az x_1; x_2; … ; x_n számsokaságnak az x számtól vett átlagos abszolút eltérése

$$\frac{|x_1 - x| + |x_2 - x| + \ldots + |x_n - x|}{n}$$

<u>módusz:</u> a leggyakrabban előforduló adat,
ha több leggyakoribb is van, akkor halmazt alkotnak.

<u>medián:</u> M
$x_1^* \leq x_2^* \leq \ldots \leq x_n^*$ (az x_i számok nagyság szerint)
$n = 2k+1$, akkor a számsokaság mediánja a sorba rakás után a nagyság szerinti középső: x_{k+1}^*

$n = 2k$, akkor a medián a sorba rakás utáni 2 középső számtani közepe: $\frac{x_k^* + x_{k+1}^*}{2}$

<u>szórás:</u> D = $\sqrt{\frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + (x_n - \overline{x})^2}{n}}$

Alkalmazás:

- szélsőérték feladatok megoldása
- közvélemény kutatás
- statisztikák készítése /átlagsebesség meghatározása