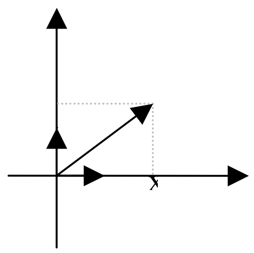
20. Szakaszok és egyenesek koordinátarendszerben

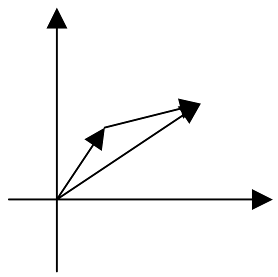
1. A derékszögű koordináta-rendszer



$$\left.\begin{array}{l} |\vec{i}| = |\vec{j}| = 1 \\ \vec{i} \perp \vec{j} \end{array}\right\} \text{bázisvektorok}$$

$\vec{v}$: helyvektor
P a végpont, a helyvektor
koordinátái a végpont koordinátái

2. Szakaszok



$$A(a_1; a_2)$$
$$B(b_1; b_2)$$
$$\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a} =$$
$$= (b_1 \cdot \vec{i} + b_2 \cdot \vec{j}) - (a_1 \cdot \vec{i} + a_2 \cdot \vec{j})$$
$$= (b_1 - a_1) \cdot \vec{i} + (b_2 - a_2) \cdot \vec{j}$$
$$\Updownarrow$$
$$|\overrightarrow{AB}| = (b_1 - a_1;\quad b_2 - a_2)$$

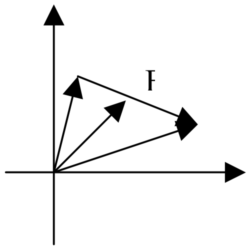
Tétel: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2}$

$|\overrightarrow{AB}| = \vec{b} - \vec{a}$

A skaláris szorzat tulajdonsága miatt:

$$\overrightarrow{AB}^2 = |\overrightarrow{AB}|^2 = AB^2$$
$$(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 = AB^2$$
$$AB = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$

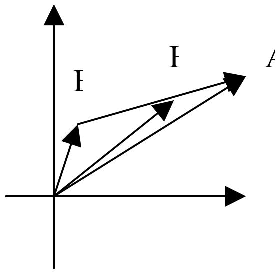
Felezési pont:



$$\vec{f} = \frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$$

$$F\left(\frac{a_1+b_1}{2};\ \frac{a_2+b_2}{2}\right)$$

Harmadoló pont:



$$\vec{f} = \frac{2\vec{a}+\vec{b}}{3}$$

$$H\left(\frac{2a_1+b_1}{3};\ \frac{2a_2+b}{3}\right.$$

<u>3. Egyenesek:</u>

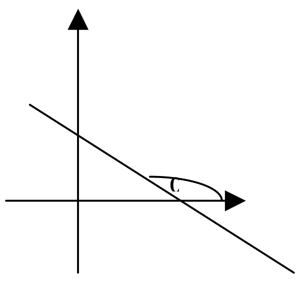
Egy egyenes helyzetét két adattal adjuk meg általában

- $P_0(x_0;y_0)$ rögzített pont
- Normálvektor: $\vec{n} \perp e$ ($n \neq 0$)

  Irányvektor: $\vec{v} \parallel e$ ($v \neq 0$)

  Meredekség: $m = tg\alpha$, ahol α az irányszög (az x tengely nemnegatív részével bezárt szög)

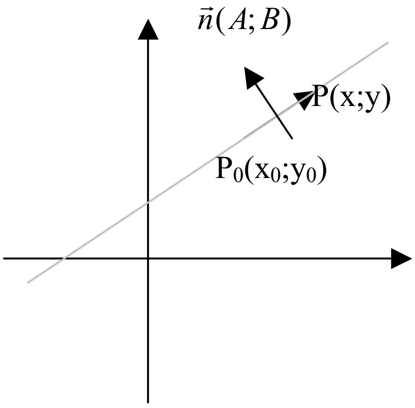
<u>Egyenes egyenlete</u>: olyan egyenlet, amelynek azoknak és csak azoknak pontoknak a koordinátái a megoldásai, amelyek az egyenesen vannak.



Ezeknek különböző egyenletek felelnek meg:

-normálvektoros egyenlet

<u>TÉTEL</u>: $Ax + By = Ax_0 + By_0$



$\vec{n} \perp e \qquad \vec{n} \neq \vec{0}$

$\vec{n} \perp \overrightarrow{P_0P}(x - x_0;\, y - y_0)$

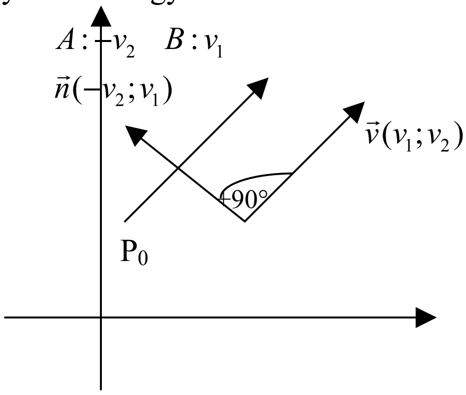
$\Updownarrow$

$\vec{n} \cdot \overrightarrow{P_0P} = 0$

$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$

$Ax + By = Ax_0 + By_0$

- irányvektoros egyenlet:



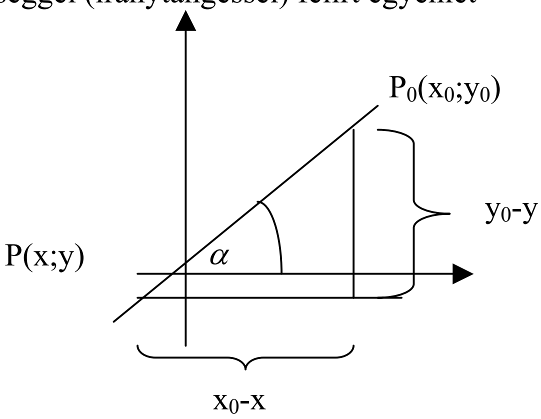
normálvektoros egyenlet:

$Ax + By = Ax_0 + By_0$

$-v_2x + v_1y = -v_2x_0 + v_1y_0$

$v_2x - v_1y = v_2x_0 - v_1y_0$

-meredekséggel (iránytangessel) felírt egyenlet



$tg\alpha = \dfrac{y_0 - y}{x_0 - x} = \dfrac{y - y_0}{x - x_0} \qquad m = tg\alpha$

$m(x_0 - x) = y - y_0$

$y = mx + y_0 - mx_0 \qquad y_0 - mx_0 = b$

$y = mx + b$

<u>4.Párhuzamos és merőleges egyenesek</u>

$e \parallel f \quad tg\alpha_e = tg\alpha_f$

$m_e = m_f$

<u>Tétel</u>: Ha e és f egyenesek merőlegesek, akkor meredekségeik szorzata –1.

$e \perp f$

$\vec{n}_e(n_1;n_2) \quad \vec{n}_f(n_1';n_2')$

normálvektorok

$\vec{n}_e \cdot \vec{n}_f = 0$

$n_1 \cdot n_1' + n_2 \cdot n_2' = 0$

$n_1 \cdot n_1' = -n_2 \cdot n_2'$

$\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_1'}{n_2'} = -1 \qquad -m_e = \frac{n_1}{n_2} \qquad -m_f = -\frac{n_1'}{n_2'}$

$m_e \cdot m_f = -1$

Alkalmazások:

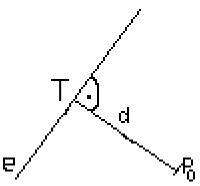
- Pont és egyenes távolsága

Ax+By+C=0 $\qquad d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

$P_0(x_0;y_0)$

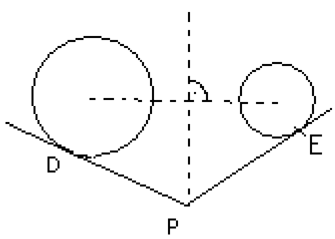
Levezetés: P_0-on keresztül e-re merőleges egyenes adja a T pontot.

P_0T szakaszra a távolságképlet



- Nevezetes pontok és egyenesek koordinátáinak kiszámítása a háromszög-geometriában (S,O,M)
- Érintőprobléma megoldása körre
- A hatványvonal

PE=PD



- Egyenes arányosság grafikonja
- Fizikában grafikonos ábrázolás: s-t (v=áll.)
  p-V (gázok)
- Számítógépes grafikák készítése